

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO
158 MATEMÁTICAS II. JUNIO 2018

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN A.1: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) [1,5 p.] Calcule las potencias sucesivas A^2 , A^3 y A^4 .
- b) [1 p.] ¿Cuál será la expresión general de la potencia A^n para cualquier valor de $n \in \mathbb{N}$?

CUESTIÓN A.2:

- a) [1,5 p.] Descomponga el número 10 en dos sumandos positivos de manera que la suma de uno de ellos más el doble del logaritmo (neperiano) del otro sea máxima.
- b) [0,5 p.] Calcule dicha suma máxima.

CUESTIÓN A.3:

- a) [1 p.] Calcule la siguiente integral indefinida $\int \frac{x}{\sqrt{2x^2+1}} dx$.
- b) [0,5 p.] Determine el área del recinto limitado por el eje OX, las rectas verticales $x=0$ y $x=2$, y la gráfica de la función $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x^2+1}}$.

CUESTIÓN A.4: Considere el plano π dado por la ecuación $3x - 2y + z = 3$.

- a) [1,25 p.] Estudie la posición relativa del plano π y de la recta r dada por

$$r: \begin{cases} x + 3y + 3z = 0 \\ y + 2z = 1 \end{cases}$$

- b) [1,25 p.] En caso de que la recta r sea paralela al plano π , calcule la distancia entre ambos. En caso de que la recta r corte al plano π , calcule el punto de corte y el ángulo de corte entre ambos.

CUESTIÓN A.5: Una máquina funciona en modo automático el 70% de los días y el resto de los días funciona en modo manual. La probabilidad de que tenga un fallo cuando funciona en modo automático es 0,15. La probabilidad de que tenga un fallo cuando funciona en modo manual es 0,05.

- a) [0,75 p.] Calcule la probabilidad de que no tenga ningún fallo.
- b) [0,75 p.] Si un día tiene un fallo, ¿cuál es la probabilidad de que haya funcionado en modo manual?

OPCIÓN B: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN B.1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x - y + z = 4a \\ y + z = -4 \\ x + 2z = a^2 \end{cases}$$

- [1 p.] Justifique que el sistema nunca es compatible determinado.
- [1,5 p.] Determine para qué valor del parámetro a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.

CUESTIÓN B.2: [2 p.] Considere la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax} & \text{si } x < 0 \\ a + b \operatorname{sen} x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Determine los valores de los parámetros a y b para los cuales la función $f(x)$ es continua y derivable en $x = 0$.

CUESTIÓN B.3:

- [1 p.] Calcule la siguiente integral indefinida $\int x e^x dx$.
- [0,5 p.] Determine la primitiva de la función $f(x) = x e^x$ que pasa por el punto de coordenadas $(0, 1)$.

CUESTIÓN B.4: Considere el punto $P = (0, 1, 2)$ y la recta r dada por la ecuación:

$$r: \begin{cases} 2x + y - z = -1 \\ x - y + z = 3 \end{cases}$$

- [1,25 p.] Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano π que es perpendicular a la recta r y pasa por el punto P .
- [1,25 p.] Calcule la distancia del punto P al plano $x + y + z = 5$.

CUESTIÓN B.5: En un peña del Atlético de Madrid, el 70 % de sus miembros prefiere que Antoine Griezmann continúe jugando en el equipo durante la próxima temporada, el 50 % prefiere que Fernando Torres continúe jugando en el equipo la próxima temporada y el 30 % prefiere que ambos jugadores sigan jugando en el equipo en la próxima temporada. Elegido al azar un miembro de la peña, se pide:

- [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que prefiera que al menos alguno de los dos jugadores siga jugando en el equipo la próxima temporada?
- [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que prefiera que ninguno de los dos jugadores siga jugando en el equipo la próxima temporada?
- [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que prefiera que solo Fernando Torres siga jugando en el equipo la próxima temporada?