



PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO
206 MATEMÁTICAS II. SEPTIEMBRE 2018

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN A.1: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.

- [1 p.] Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su inversa.
- [1,5 p.] Determine la matriz X que cumple la ecuación $AX = A + A^T$, donde A^T es la matriz traspuesta de A .

CUESTIÓN A.2: Calcule los siguientes límites:

- [1 p.] $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 - 2})$.
- [1 p.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x + \operatorname{sen} x)}{x}$.

CUESTIÓN A.3:

- [1 p.] Calcule la siguiente integral indefinida $\int \operatorname{sen} x e^{\cos x} dx$.
- [0,5 p.] Determine el área del recinto limitado por el eje OX, las rectas verticales $x = 0$ y $x = \pi/2$, y la gráfica de la función $f(x) = \operatorname{sen} x e^{\cos x}$.

CUESTIÓN A.4: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r: \begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ x + 3y + 5z = 1 \end{cases} \quad \text{y} \quad s: \frac{x-5}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$$

- [1,25 p.] Compruebe que ambas rectas son paralelas.
- [1,25 p.] Determine la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano que contiene a ambas rectas.

CUESTIÓN A.5: En una clase hay 40 estudiantes, de los cuales 25 son chicas y el resto son chicos. Además, 30 estudiantes han aprobado las matemáticas, de los cuales 10 son chicos.

- Elegido un estudiante al azar, se pide:
 - [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que no haya aprobado las matemáticas?
 - [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica y haya aprobado las matemáticas?
- [0,5 p.] Si se elige un estudiante que ha aprobado las matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que sea una chica?

OPCIÓN B: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN B.1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones homogéneo en función del parámetro a :

$$\begin{cases} ax + y + az = 0 \\ x + y + az = 0 \\ 2x + (a-1)y + az = 0 \end{cases}$$

- [1,25 p.] Determine los valores del parámetro a para los que el sistema tiene únicamente la solución trivial $(0, 0, 0)$.
- [1,25 p.] Si es posible, resuélvalo para el valor del parámetro $a = 2$.

CUESTIÓN B.2: Considere la función $f(x) = x\sqrt{18-x^2}$ con $-4 < x < 4$.

- [1 p.] Calcule la derivada de $f(x)$ y determine sus puntos críticos.
- [1 p.] Justifique si la función $f(x)$ tiene algún máximo o mínimo.

CUESTIÓN B.3:

- [1 p.] Calcule la siguiente integral indefinida $\int x \ln x dx$.
- [0,5 p.] Determine la primitiva de la función $f(x) = x \ln x$ que pasa por el punto de coordenadas $(1, 0)$.

CUESTIÓN B.4: Considere los puntos $P = (1, 1, 3)$ y $Q = (1, 5, 0)$ y la recta r dada por la ecuación:

$$r: \begin{cases} 2x - y - 2z = -3 \\ -x + y = 4 \end{cases}$$

- [0,5 p.] Compruebe que el punto P no está en la recta r y que el punto Q sí lo está.
- [1,25 p.] Determine el punto R de la recta r tal que el triángulo PQR sea un triángulo rectángulo en P (es decir, con ángulo recto en el vértice P).
- [0,75 p.] Calcule el área de dicho triángulo PQR .

CUESTIÓN B.5: Realizada una encuesta entre los habitantes de una ciudad, se ha llegado a la conclusión de que el 40% de sus habitantes lee habitualmente el periódico local, el 30% lee revistas del corazón y el 20% lee ambos tipos de publicaciones. Elegido un habitante al azar, se pide:

- [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que lea al menos alguno de los dos tipos de publicaciones?
- [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que no lea ninguno de los dos tipos de publicaciones?
- [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que lea solo revistas del corazón?